Научная статья

УДК 37.01:001.8; 378.02

ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМОВ И ПРОЦЕДУР ТЕОРИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ ДЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПРИ ПОДГОТОВКЕ СПЕЦИАЛИСТОВ РОСГВАРДИИ

Алексей Иванович Примакин[1], Сергей Алексеевич Сахнов[2], Вадим Валерьевич Миллер[3]
[1–3] Академия войск национальной гвардии, Санкт-Петербург, Россия
[1] a.primakin@mail.ru
[2] Sakhnov_1992@mail.ru
[3] millervv@rosgvard.ru

Аннотация. В статье представлены некоторые методы применения и автоматизации процедур теории массового обслуживания при решении задач моделирования образовательного процесса. Возможность подобного моделирования формирует наглядный инструментарий для анализа и оптимизации процессов, в которых присутствуют многократно повторяющиеся однотипные задачи, например, проведение занятий и разнообразных форм контроля знаний обучающихся. Алгоритмы и процедуры, обеспечивающие эффективность и оптимизацию образовательного процесса, реализованы как в офисном приложении – электронных таблицах, так и в среде интегрированного математического пакета Mathcad.

Ключевые слова: теория массового обслуживания, имитационное и аналитическое моделирование образовательного процесса, применение электронных таблиц и интегрированного математического пакета Mathcad для анализа и оптимизации процесса проведения итогового контроля у курсантов

Для цитирования: Примакин А.И., Сахнов С.А., Миллер В.В. Применение алгоритмов и процедур теории массового обслуживания для математического описания элементов образовательного процесса при подготовке специалистов Росгвардии // Вестник Военной академии войск национальной гвардии. 2026. № 1 (34). С. 266–278. URL: https://vestnik-spvi.ru/2026/03/027.pdf.

Original article

APPLICATION OF ALGORITHMS AND PROCEDURES OF QUEUE THEORY FOR MATHEMATICAL DESCRIPTION OF THE ELEMENTS OF THE EDUCATIONAL PROCESS IN THE TRAINING OF ROSGVARDIYA SPECIALISTS

Alexey I. Primakin[1], Sergey A. Sakhnov[2], Vadim V. Miller [3]
[1–3] Academy of the National Guard Troops, Saint-Petersburg, Russia
[1] a.kosolapov@mail.ru
[2] a.primakin@mail.ru
[3] millervv@rosgvard.ru

Abstract. The article presents some methods of application and automation of the queuing theory procedures in solving the problems of modeling the educational process. The possibility of such modeling forms a clear toolkit for the analysis and optimization of processes, in which there are repeatedly repeated tasks of the same type, for example, conducting classes and various forms of control of students' knowledge. Algorithms and procedures that ensure the efficiency and optimization of the educational process are implemented both in the office application – spreadsheets, and in the environment of the integrated mathematical package Mathcad.

Keywords: queueing theory, simulation and analytical modeling of the educational process, and the use of spreadsheets and the integrated Mathcad mathematical package for analyzing and optimizing the final control process for cadets

For citation: Primakin A.I., Sakhnov S.A., Miller V.V. Application of algorithms and procedures of queue theory for mathematical description of the elements of the educational process in the training of Rosgvardiya specialists. Vestnik Voennoj akademii vojsk nacional'noj gvardii. 2025;4(33):266–278. (In Russ.). Available from: https://vestnik-spvi.ru/2026/03/027.pdf.

Введение

Актуальность моделирования образовательного процесса обусловлена необходимостью повышения его эффективности. Проблемы оптимизации и структуризации функций и процедур управления и контроля образовательного процесса формируют задачи применения математического инструментария для преодоления затруднений в общей организации обучения [1].

При исследовании различных разделов подготовки специалистов Росгвардии часто приходится сталкиваться с системами, предназначенными для многоразового использования при решении однотипных задач [2]. В этом случае, для их решения, целесообразно применение некоторых разделов теории систем массового обслуживания (далее – СМО) [3].

Например, эффективность от реализации СМО видится в описании, оптимизации и управлении процессами дистанционного обучения, где заявки (курсанты, нуждающиеся в получении образовательной услуги) поступают в систему в случайные моменты времени, а обслуживание (преподаватели, технические средства обучения, библиотечные рабочие места и т. п.) осуществляется с помощью коммуникационных каналов [4, 5].

Математические процедуры и алгоритмы СМО позволяют [6]:

1. Построить математическую модель системы, которая, отбросив несущественные факторы, приближённо описывает изучаемый процесс.
2. Получить основные характеристики процесса, зависящие от времени: среднее время ожидания обслуживания объекта (например, подготовка курсанта к ответу); среднее число заявок, обслуживаемых в единицу времени и др.
3. Оценить влияние характера потока заявок, числа каналов, их производительности и правил работы на эффективность функционирования системы (в нашем случае педагогической системы подготовки специалистов Росгвардии).
4. Выработать рекомендации по рациональному построению системы, обеспечив высокую эффективность её функционирования.

С помощью математического моделирования на основе теории массового обслуживания можно решить следующие задачи [7]:

1. Анализ входных и выходных потоков заявок в образовательном процессе: как заявки поступают в СМО и как они обслуживаются.
2. Исследование состояния очередей – моделирование очередей заявок, ожидающих обслуживания.
3. Оценка качества обслуживания – расчёт среднего времени нахождения заявки в СМО, вероятности отказа в обслуживании и других показателей.
4. Оптимизация процессов в СМО – например, распределение очередей заявок по каналам с учётом свойств заявок (например, типа обучающихся) для сокращения времени обслуживания.
5. Прогнозирование динамики образовательного процесса – модель позволяет предсказать, как изменения в условиях обслуживания (например, уменьшение числа заявок) влияют на характеристики СМО.

Методы, применяемые для моделирования СМО, обеспечивают [8]:

1. Аналитическое моделирование, описывающее структуры и процессы функционирования СМО, а также методики определения показателей её эффективности. В рамках настоящей статьи аналитическая модель образовательной СМО будет сформирована с помощью математического пакета Mathcad.
2. Имитационное моделирование (например, метод статистических испытаний), позволяющее визуализировать и исследовать особенности функционирования СМО в течение времени и в любых возможных условиях. Ниже, по тексту статьи, имитационная модель образовательной СМО будет разработана средствами электронных таблиц.

Основные положения

Математический аппарат теории массового обслуживания разработан для ситуаций, когда случайный процесс, протекающий в СМО, может считаться марковским или близким к марковскому, т. е. когда вероятностные характеристики случайного процесса в будущем зависят только от текущего состояния СМО [9].

Для описания образовательного процесса, как СМО, необходимо определить его основные компоненты [10].

Предлагается в качестве заявок (требований), поступающих в СМО, считать курсантов, участвующих в образовательном процессе. Они посещают занятия, приходят на зачеты и экзамены. В этом случае под потоком заявок будем предполагать регламентированное расписание (детерминированный поток) или случайные события (например, обращения курсанта за консультацией – это простейший пуассоновский поток).

Каналами обслуживания педагогической СМО могут считаться преподаватели (люди), технические средства обучения (лабораторные установки, тренажеры, компьютерные классы), рабочие места в библиотеке и т. п.

Курсанты, ожидающие начала занятия (зачета или экзамена), консультации у преподавателя, получения доступа к оборудованию (тренажеру) – это очередь педагогической СМО. Как правило, оговаривается дисциплина очереди: обычно «кто первым пришел, тот первым и обслужен», но может быть и приоритетное условие (например, для отстающих или дежурных курсантов).

Для пояснения вышесказанного приведем несколько примеров конкретных СМО, функционирующих внутри вуза:

1. Лекция – это один канал СМО (преподаватель, читающий лекцию), обслуживающий множество заявок (взвод курсантов) одновременно. Рассматриваемая СМО может быть с отказами (опоздавшему курсанту запрещено заходить в аудиторию) или с ожиданием.

2. Лабораторная работа – это многоканальная СМО (несколько лабораторных установок, тренажеров, компьютеров) с ожиданием (ограничением). В этом случае курсанты либо работают с оборудованием (обслуживаются), либо ждут своей очереди.

3. Сдача зачета/экзамена у преподавателя – это одноканальная СМО (если преподаватель один) с ожиданием, последовательно обслуживающая заявки (курсантов) с четким временем обслуживания.

4. Работа курсантов в читальном зале библиотеки – это многоканальная СМО, где время обслуживания заявок (курсантов) случайно и неограниченно.

Таким образом, обоснованно выбрав соответствующую СМО и оценив интенсивность потоков (λ и μ, о чем будет сказано ниже), мы сможем оптимизировать образовательный процесс – минимизировать время ожидания курсантов (очередь заявок) и преподавателей/оборудования (простой каналов), обеспечив при этом заданную интенсивность обучения.

Для анализа марковских случайных процессов, к которым относятся многие СМО, применяются уравнения Колмогорова [11].

Система уравнений Колмогорова позволяет найти как текущие, так и предельные вероятности состояний системы в динамике.

Применительно к образовательному процессу, состояние системы S_i – это число курсантов, находящихся в СМО (например, на зачете у конкретного преподавателя) в текущий момент времени [12].

Состояния СМО могут быть следующие:

S_0 – преподаватель свободен, курсантов на зачете нет;

S_1 – один курсант сдает зачет, очередь пуста;

S_2 – один курсант сдает зачет, один ждет в очереди;

S_n – один курсант на зачете, $(n-1)$ курсантов в очереди.

Образовательный процесс, который мы пытаемся описать как СМО, относится к процессам с дискретными состояниями и непрерывным временем. Дискретность определяется возможностью перечисления состояний СМО S_0, S_1, …, S_n, а переход системы из состояния в состояние происходит «скачком», практически мгновенно, под воздействием потока событий.

Если моменты возможных переходов из состояния в состояние не фиксированы заранее, а неопределенны, случайны, то процесс называется процессом с непрерывным временем.

В нашем случае мы будем рассматривать только процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем.

Говоря о потоке событий, необходимо пояснить его основную характеристику – интенсивность λ (или μ). Интенсивность случайного потока – это среднее число событий, приходящееся на единицу времени. Интенсивность потока может быть как постоянной ($\lambda = const$), так и зависящей от времени – $\lambda(t)$.

Применительно к решаемой нами задаче, под интенсивностью потоков, циркулирующих в образовательной СМО, можем полагать:

λ – интенсивность потока заявок, т. е. среднее число курсантов, приходящих на зачет/экзамен в единицу времени (например, четыре курсанта в час: $\lambda = 4\text{час}^{-1}$);

μ – интенсивность потока обслуживания, т. е. среднее число курсантов, которых преподаватель может принять в единицу времени (например, один курсант отвечает на зачете/экзамене 10 мин, следовательно, $\mu = 6\text{час}^{-1}$).

Поясним вышесказанное на примере аналитического моделирования открытой образовательной СМО, в которой интенсивность потока поступающих заявок (прибытие курсантов на зачет/экзамен) не зависит от состояния самих систем ($\lambda = const$).

Упрощенная схема открытой образовательной СМО (без указания интенсивностей потоков λ и μ) представлена на рисунке 1 [13].

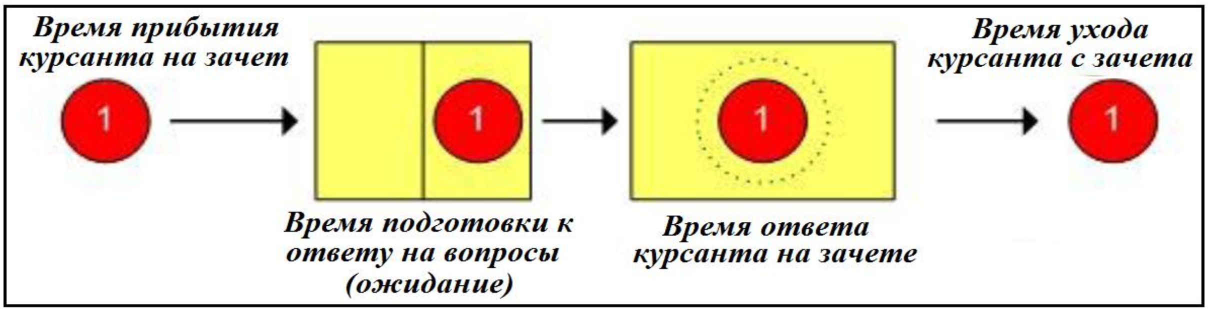

Рисунок 1 – Упрощенная схема открытой образовательной СМО (без указания интенсивностей потоков λ и μ)

Figure 1 – Simplified diagram of an open educational CMO (without specifying the flow intensities λ and μ)

Графически все возможные переходы из состояния в состояние, а также интенсивности потоков случайных событий, под воздействием которых эти переходы возможны, изображаются в виде размеченного графа (рисунок 2).

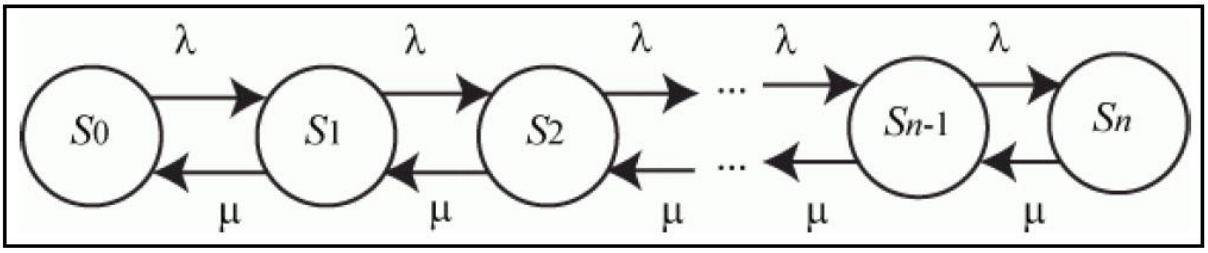

Рисунок 2 – Размеченный граф состояний одноканальной СМО с ограниченной очередью

Figure 2 – Marked state graph of a single-channel CMO with a limited queue

Размеченный граф обеспечивает визуализацию процесса, улучшает понимание процедур и принципов формирования уравнений Колмогорова. Эти уравнения представляют собой систему линейных дифференциальных уравнений, описывающих вероятности нахождения СМО в состоянии S_i в момент времени t.

Воспользуемся для математического описания элементов образовательного процесса и построения открытой одноканальной СМО с открытой очередью специализированным математическим пакетом Mathcad [14].

Благодаря многообразию встроенных в Mathcad функций, большинство задач требуют минимум времени для их решения. В нашем случае мы воспользуемся элементами программирования в среде Mathcad; встроенными функциями, которые позволяют решать задачу Коши различными численными методами (методом Рунге-Кутты с фиксированным шагом); алгоритмами построения графиков функциональных зависимостей (визуализация изменения вероятностей состояний СМО во времени) [15].

Предоставляемые Mathcad возможности объединения отдельных вычислительных модулей в единый комплекс позволили автоматизировать проведение необходимых процедур по аналитическому моделированию образовательного процесса, как СМО, на примере сдачи курсантами зачета.

Ниже (рисунок 3 – рисунок 9) представлены основные этапы автоматизации процесса построения и анализа уравнений Колмогорова, моделирующие структуру и функционал элемента (зачет/экзамен) образовательного процесса.

Рисунок 3 демонстрирует определение и ввод начальных данных моделируемой открытой образовательной СМО (зачет/экзамен). Изменение параметров СМО (изменение количества преподавателей на зачете или интенсивностей случайных потоков) влечет за собой автоматический пересчет на всех последующих этапах моделирования.

Открытая образовательная СМО (проведение зачета/экзамена)

1. Начальные условия:

$n := 1$ - число каналов (количество преподавателей на зачете);

$\lambda := 4$ - интенсивность поступления заявок (4 курсанта в час);

$\mu := 6$ - интенсивность обслуживания канала (6 курсантов в час);

$r := 5$ - максимальная длина очереди;

$m := n + r$ - число источников заявок;

$j := 1..m \quad P_j := 0 \quad P_0 := 1$ - начальные условия для вероятностей состояний СМО.

$\lambda := \lambda \qquad \mu := \mu \qquad P := P$

$P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 1$

Рисунок 3 – Процедура определения и ввода начальных условий моделируемой открытой образовательной СМО (зачет/экзамен), выполненная в среде математического пакета Mathcad

Figure 3 – Procedure for determining and entering the initial conditions of a simulated open educational CMO (test/exam), implemented in the Mathcad mathematical package environment

Ключевым моментом моделирования образовательной СМО является разработка алгоритма (рисунок 4) и формирование системы уравнений Колмогорова (рисунок 5).

2. Процедура формирования системы уравнений Колмогорова относительно вероятностей состояний открытой образовательной СМО

$$
D(P) := \left|
\begin{array}{l}
D_0 \leftarrow P_1 \cdot \mu - P_0 \cdot \lambda \\
\text{for } i \in 1..n-1 \qquad\qquad\qquad \text{if } n > 1 \\
\quad D_i \leftarrow P_{i-1} \cdot \lambda + P_{i+1} \cdot (i+1) \cdot \mu - P_i \cdot (i \cdot \mu + \lambda) \\
\text{for } j \in n..m-1 \qquad\qquad\qquad \text{if } m > n \\
\quad D_j \leftarrow P_{j-1} \cdot \lambda + P_{j+1} \cdot n \cdot \mu - P_j \cdot (n \cdot \mu + \lambda) \\
D_m \leftarrow 1 - \sum_{i=0}^{m} P_i \\
D
\end{array}
\right.
$$

Рисунок 4 – Алгоритм формирования системы уравнений Колмогорова в зависимости от вида СМО, выполненный в среде математического пакета Mathcad

Figure 4 – Algorithm for forming a system of Kolmogorov equations depending on the type of CMO, implemented in the Mathcad mathematical package

3. Результат автоматизации процедуры формирования системы уравнений Колмогорова относительно вероятностей состояний открытой образовательной СМО

$$
\mathbf{D(P)} \rightarrow \begin{bmatrix} \mu\cdot P_1 - \lambda\cdot P_0 \\ \mu\cdot P_2 + \lambda\cdot P_0 - (\mu+\lambda)\cdot P_1 \\ \mu\cdot P_3 + \lambda\cdot P_1 - (\mu+\lambda)\cdot P_2 \\ \mu\cdot P_4 + \lambda\cdot P_2 - (\mu+\lambda)\cdot P_3 \\ \mu\cdot P_5 + \lambda\cdot P_3 - (\mu+\lambda)\cdot P_4 \\ \mu\cdot P_6 + \lambda\cdot P_4 - (\mu+\lambda)\cdot P_5 \\ 1 - P_1 - P_2 - P_3 - P_4 - P_5 - P_6 - P_0 \end{bmatrix}
$$

Рисунок 5 – Результат автоматизации процедуры формирования системы уравнений Колмогорова, выполненной в среде математического пакета Mathcad

Figure 5 – The result of automating the procedure for forming a system of Kolmogorov equations using the Mathcad mathematical package

Достоинство разработанного алгоритма (рисунок 4) видится в автоматизации процедуры построения системы уравнений Колмогорова (рисунок 5). В зависимости от того, сколько каналов (преподавателей), заявок (курсантов) и какова длина очереди, будет меняться количество состояний СМО. В нашем случае – семь состояний (шесть курсантов и один преподаватель), каждому состоянию соответствует своя вероятность ($S_0 \rightarrow P_0$, $S_1 \rightarrow P_1$, …, $S_6 \rightarrow P_6$). При изменении количества состояний, например, до десяти – разработанный алгоритм автоматически составит систему из одиннадцати уравнений.

Следующая процедура связана с решением сформированной системы уравнений Колмогорова относительно вероятностей состояния СМО (рисунок 6). Для решения этой задачи численным методом применялся вычислительный блок программы *Given/Find*. В результате получены предельные (финальные) вероятности состояний образовательной СМО (P_0, P_1, …, P_6).

4. Решение системы уравнений Колмогорова относительно вероятностей состояний открытой образовательной СМО

Given

$\mathbf{D(P) = 0}$

$\mathbf{Prez} := \mathbf{Find(P)}$

$\mathbf{Prez}^{\mathbf{T}} = (\mathbf{0.354 \quad 0.236 \quad 0.157 \quad 0.105 \quad 0.07 \quad 0.047 \quad 0.031})$

Рисунок 6 – Процедура решения системы уравнений Колмогорова относительно вероятностей состояния СМО, выполненная в среде математического пакета Mathcad

Figure 6 – Procedure for solving the Kolmogorov system of equations for the probabilities of the CMO state, performed in the Mathcad mathematical package environment

Значения предельных вероятностей состояний системы присутствуют в аналитических формулах, позволяющих оперативно рассчитать основные характеристики СМО: время обслуживания заявки (прием зачета/экзамена); среднее время ожидания очереди; среднее число объектов (курсантов), обслуживаемых (сдавших зачет) за единицу времени и другие (рисунок 7).

По характеристикам, представленным на рисунке 7, можно оценить эффективность функционирования СМО. Так, если вероятность простоя образовательной СМО велика, то это означает, что число каналов обслуживания (количество преподавателей, принимающих зачет/экзамен) является избыточным. Если среднее число объектов в очереди велико, то число каналов (преподавателей) недостаточно.

5. На основе полученных вероятностей вычисляем:

$\mathbf{Potv := Prez_m}$ $\quad \mathbf{Potv = 0.031}$ **- объект не будет обслужен;**

$\mathbf{Q := 1 - Potv}$ $\quad \mathbf{Q = 0.969}$ **- объект будет обслужен;**

$\mathbf{A := \lambda \cdot Q}$ $\quad \mathbf{A = 3.876}$ **- среднее число объектов, обслуживаемых за ед. времени;**

$\mathbf{\frac{1}{A} = 0.258}$ **- среднее время обслуживания заявки;**

$\mathbf{Nzan := \frac{A}{\mu}}$ $\quad \mathbf{Nzan = 0.646}$ **- среднее число занятых каналов;**

$\mathbf{Nojid := \sum_{i=1}^{m-n} \left(i \cdot Prez_{n+i}\right)}$ $\quad \mathbf{Nojid = 0.919}$ **- среднее число объектов в очереди;**

$\mathbf{tw := \frac{1}{n \cdot \mu} \cdot \sum_{i=1}^{m-n} \left(i \cdot Prez_{n-1+i}\right)}$ $\quad \mathbf{tw = 0.23}$ **- среднее время ожидания в очереди;**

$\mathbf{tsys := tw + \frac{Q}{\mu}}$ $\quad \mathbf{tsys = 0.391}$ **- среднее время обслуживания объекта.**

Рисунок 7 – Процедуры расчета основных характеристик функционирования образовательной СМО, выполненные в среде математического пакета Mathcad

Figure 7 – Procedures for calculating the main characteristics of the educational CMO's functioning, performed in the Mathcad mathematical package environment

В математическом макете Mathcad имеются встроенные функции, которые позволяют решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) в виде задачи Коши различными численными методами.

Одна из функций $rkfixed(y_0, t_0, t_1, M, D)$ позволяет построить модель изменения вероятностей состояний СМО во времени, на основе метода Рунге-Кутты с фиксированным шагом [16].

Реализация встроенной функции $rkfixed(y_0, t_0, t_1, M, D)$ для решения численным методом системы ОДУ Колмогорова представлена на рисунке 8.

6. Получение функций с зависимостью от времени, описывающих изменения вероятностей нахождения СМО в разных состояниях

$\mathbf{tbegin := 0}$ **- начальный момент наблюдения;**

$\mathbf{tend := 20}$ **- конечный момент наблюдения;**

$\mathbf{N := 500}$ **- количество шагов для решения ОДУ;**

$\mathbf{DR(t, P) := D(P)}$ **- описание правых частей ОДУ;**

$\mathbf{S := rkfixed(P, tbegin, tend, N, DR)}$ **- вызов стандартной процедуры для решения ОДУ.**

Рисунок 8 – Процедура решения численным методом системы ОДУ Колмогорова, выполненная с помощью встроенной в Mathcad функции $rkfixed(y_0, t_0, t_1, M, D)$

Figure 8 – Numerical solution of the Kolmogorov ODE system using the built-in Mathcad function $rkfixed(y_0, t_0, t_1, M, D)$

Для лучшего понимания и дальнейшей трактовки результатов решения системы ОДУ Колмогорова целесообразно визуализировать их динамику, что и представлено на рисунке 9. Графики позволяют сопоставить друг с другом изменения вероятностей состояний СМО во времени, оценить предельные вероятности и сравнить их значения с результатами, представленными на рисунке 6 (с помощью блока $Given/Find$.). Значения предельных вероятностей состояний СМО совпадают.

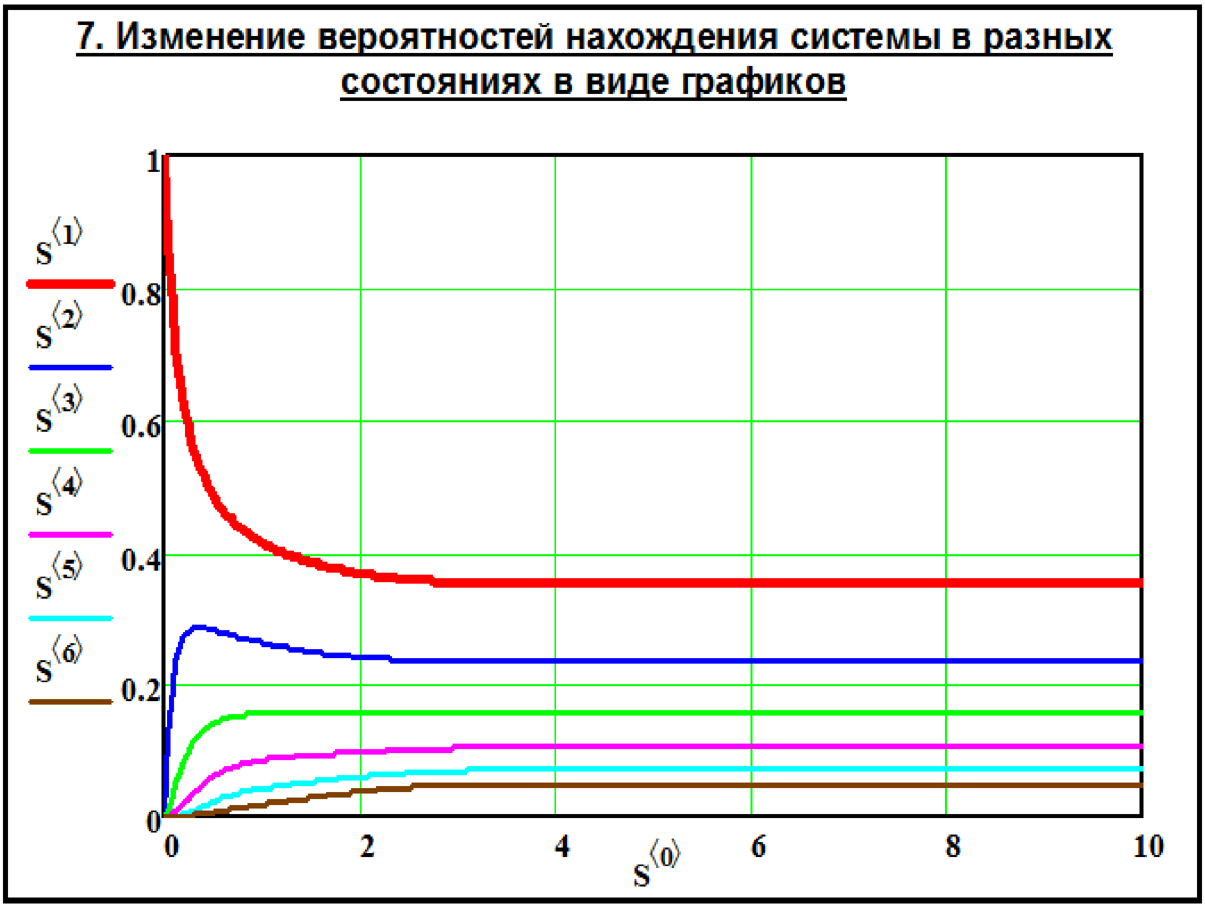

Рисунок 9 – Процедура визуализации результатов решения системы ОДУ Колмогорова, выполненная в среде математического пакета Mathcad

Figure 9 – Visualization procedure for solving the Kolmogorov ODE system using the Mathcad mathematical package

Видится целесообразным, в рамках данной статьи, привести примеры имитационного моделирования образовательных СМО, реализованных возможностями электронных таблиц [13].

Помимо визуализации элементов СМО, создание курсантами имитационной модели средствами электронных таблиц (когда не требуется специализированного программного обеспечения) позволяет им лучше разобраться в процедурах моделирования и оптимизации, глубже понять функционал исследуемого явления, помогает оценить варианты предполагаемых изменений в СМО.

В качестве примера, как и в случае аналитического моделирования, рассмотрим простую СМО: число каналов равно единице (один преподаватель принимает зачет/экзамен), количество заявок (курсантов) – 20, время ожидания (очередь на обслуживание заявки) неограниченно, время между заявками (прибытие курсанта на зачет/экзамен) и время обслуживания заявок (сдача курсантом зачета/экзамена) являются случайными величинами с показательным законом распределения (среднее время ответа курсанта на зачете – $t_0 = 10$ мин, среднее время подготовки курсанта к ответу – $t_z = 15$ мин) (рисунок 10) [17].

Моделирование одноканальной СМО

tz 15 Среднее время подготовки к ответу на зачете (Yn), мин.

t0 10 Среднее время ответа на зачете (Xn), мин.

№ курсанта (заявка)	Время ожидания (Wn), мин.	Продолжительность ответа курсанта на зачете (Xn), мин.	Продолжительность подготовки курсанта к ответу (Yn), мин.	Wn+ Xn-Yn
1	0	28	16	12
2	12	8	32	-12
3	0	13	0	13
4	13	0	34	-21
5	0	48	17	31
6	31	2	23	10
7	10	9	3	15
8	15	8	6	17
9	17	5	4	18
10	18	6	92	-69
11	0	5	19	-14
12	0	0	0	0
13	0	26	12	15
14	15	3	14	4
15	4	13	4	13
16	13	16	23	6
17	6	3	11	-2
18	0	14	4	10
19	10	1	20	-8
20	0	9	4	5

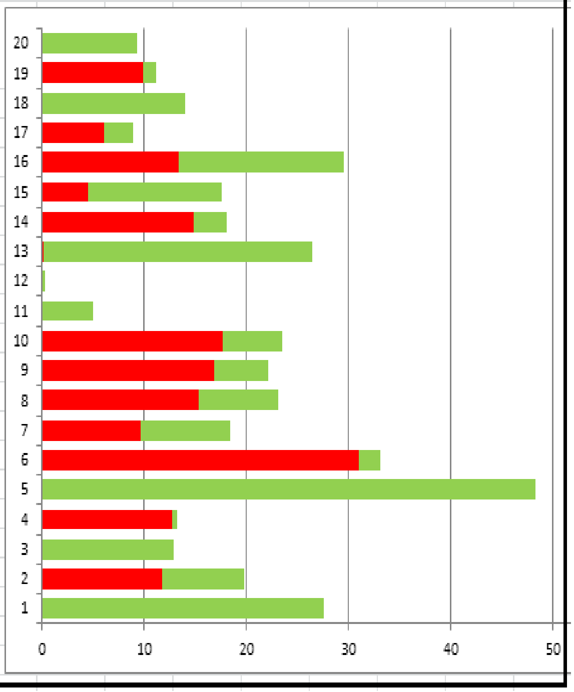

Рисунок 10 – Результат построения имитационной модели одноканальной СМО (проведения зачета одним преподавателем), выполненной в среде электронной таблицы

Figure 10 – The result of building a simulation model of a single-channel CMO (conducting a test by a single teacher) using a spreadsheet

Показательный закон распределения случайных величин: продолжительности подготовки курсанта к ответу (Y_n) и продолжительности ответа курсанта на зачете (X_n) моделировался с помощью ввода в соответствующие ячейки выражений $D6 = -\$C\$2 \cdot ln(\text{СЛЧИС}(\ \ ))$ и $C6 = -\$C\$3 \cdot ln(\text{СЛЧИС}(\ \ ))$ с последующим копированием каждой на 19 ячеек вниз.

В последнем столбце (вспомогательный столбец) рассчитывается величина $W_n + X_n - Y_n$, где W_n – время ожидания курсанта перед началом ответа на зачете/экзамене.

Если значение величины $W_n + X_n - Y_n$ является отрицательным, то это означает, что следующая заявка поступит после того, как будет обслужена текущая и потому время ее ожидания будет равно нулю, а в противном случае время ожидания составит $W_n + X_n - Y_n$, т. е. применяем логическую функцию: $B7 = \text{ЕСЛИ}(E6 > 0; E6; 0)$.

Помимо таблицы, на рисунке 10 представлена временная диаграмма заявок (продолжительность ответа курсанта – зеленый цвет полосы на диаграмме) и ожиданий в очереди (продолжительность ожидания курсанта перед ответом – красный цвет полосы на диаграмме).

При нажатии клавиши $F9$ происходит обновление значений случайных величин X_n и Y_n, что влечет за собой изменение всех чисел как в таблице, так и на диаграмме. Данная процедура позволяет курсантам наглядно представить функционал изучаемого процесса, а относительная простота создания имитационной модели способствует отработке навыков по ее формированию и применению в служебной деятельности.

В электронных таблицах имеется возможность осуществить имитационное моделирование СМО с учетом начального времени (рисунок 11). Для этого вводятся поправки в созданной ранее модели СМО (рисунок 10), позволяющие перевести временные характеристики в более наглядный формат (час:мин).

B	C	D	E	F	G	H	I
Моделирование одноканальной СМО с учетом начального времени (час:мин)							
tz, мин.	15	Среднее время подготовки курсанта к ответу на зачете (Yn), мин.					
t0, мин.	10	Среднее время ответа курсанта на зачете (Xn), мин.					
№ курсанта (заявка)	Продолжительность подготовки курсанта к ответу (Yn), мин.	Время прибытия курсанта на зачет, ч:мин.	Продолжительность ответа курсанта на зачете (Xn), мин.	Продолжительность ответа курсанта на зачете, час:мин.	Ответ курсанта		Время ожидания (Wn),
					Начало (час:мин.)	Конец (час:мин.)	
		9:00					
1	22	9:21	10	0:09	9:21	9:31	0:00
2	6	9:28	2	0:01	9:31	9:33	0:03
3	12	9:40	15	0:15	9:40	9:55	0:00
4	4	9:44	41	0:40	9:55	10:36	0:11
5	11	9:55	16	0:15	10:36	10:52	0:40
6	1	9:56	14	0:14	10:52	11:06	0:56
7	0	9:56	16	0:16	11:06	11:22	1:10
8	24	10:20	0	0:00	11:22	11:23	1:02
9	8	10:28	23	0:22	11:23	11:45	0:54
10	21	10:50	11	0:11	11:45	11:57	0:55
11	12	11:02	1	0:00	11:57	11:58	0:55
12	2	11:04	25	0:24	11:58	12:22	0:54
13	4	11:08	3	0:03	12:22	12:26	1:14
14	1	11:09	4	0:03	12:26	12:30	1:16
15	4	11:13	0	0:00	12:30	12:30	1:16
16	10	11:23	17	0:16	12:30	12:46	1:06
17	5	11:28	11	0:11	12:46	12:57	1:18
18	3	11:31	16	0:16	12:57	13:14	1:26
19	4	11:34	11	0:10	13:14	13:25	1:39
20	21	11:55	6	0:05	13:25	13:30	1:29

Рисунок 11 – Результат построения имитационной модели одноканальной СМО с учетом начального времени (час:мин.), выполненной в среде электронной таблицы

Figure 11 – The result of building a simulation model of a single-channel MSO, taking into account the initial time (hours:minutes), performed in a spreadsheet environment

Появляется возможность узнать время прибытия курсанта на зачет/экзамен, время начала и окончания его ответа, время окончания зачета/экзамена в часах и минутах.

Относительная легкость в построении имитационной модели СМО с помощью электронной таблицы позволяет в доступной и понятной для курсантов форме применять основы теории массового обслуживания при решении ими простых прикладных задач, когда с помощью несложной имитации можно получить полезную информацию для принятия решений [18].

Заключение

В статье рассмотрены возможности применения аппарата теории массового обслуживания для математического описания и оптимизации элементов образовательного процесса при подготовке специалистов Росгвардии. Показано, что моделирование учебного процесса в терминах СМО позволяет формализовать и анализировать такие повторяющиеся процедуры, как проведение занятий, контроль знаний, консультации и использование учебно-материальной базы.

Предложенный подход включает два взаимодополняющих метода моделирования:

Аналитическое моделирование на базе уравнений Колмогорова, реализованное в среде Mathcad, которое позволяет получить стационарные и динамические характеристики системы, оценить влияние параметров (интенсивности потоков, числа каналов, длины очереди) на эффективность процесса.

Имитационное моделирование средствами электронных таблиц, обеспечивающее наглядное исследование поведения системы во времени, анализ сценариев и проверку устойчивости решений.

Практическая значимость работы заключается в создании инструментария для:

оптимизации расписаний и нагрузки преподавателей;

сокращения времени ожидания курсантов;

повышения эффективности использования учебного оборудования;

планирования ресурсов при проведении контрольных мероприятий.

Использование моделей СМО в образовательном процессе Военной академии войск национальной гвардии способствует не только совершенствованию организации обучения, но и формированию у будущих офицеров навыков системного анализа и принятия решений в условиях неопределённости, что напрямую связано с их будущей профессиональной деятельностью [19].

Таким образом, применение методов теории массового обслуживания в образовательном процессе является эффективным средством повышения его качества и управляемости, а также способствует развитию математической культуры и аналитического мышления [20].

Выводы

1. Теория массового обслуживания предоставляет адекватный и эффективный математический аппарат для формализации, анализа и оптимизации ключевых элементов образовательного процесса, в основе которых лежат повторяющиеся процедуры с участием потоков заявок (курсантов) и каналов обслуживания (преподавателей, технических средств, рабочих мест).

2. Реализация аналитического подхода на базе уравнений Колмогорова в среде Mathcad позволяет строить детерминированные модели учебных ситуаций (например, приём зачёта или экзамена), рассчитывать их основные характеристики (вероятности состояний, среднее время ожидания, загрузку каналов) и оценивать влияние изменения параметров на эффективность процесса.

3. Использование имитационного моделирования в электронных таблицах даёт возможность исследовать динамику образовательных СМО в реальном времени, учитывать стохастический характер событий и проводить сценарный анализ для обоснования управленческих решений.

4. Комплексное применение аналитических и имитационных моделей создаёт инструментальную основу для:

рационального планирования учебной нагрузки;

минимизации простоев преподавателей и учебного оборудования;

сокращения времени ожидания курсантов;

повышения общей эффективности использования ресурсов образовательной организации.

5. Внедрение методов моделирования СМО в подготовку курсантов Росгвардии не только оптимизирует учебный процесс, но и способствует формированию у будущих офицеров компетенций в области системного анализа, математического моделирования и принятия решений в условиях неопределённости, что напрямую отвечает требованиям их профессиональной деятельности.

Таким образом, применение алгоритмов и процедур теории массового обслуживания для математического описания образовательного процесса является научно обоснованным и практически значимым направлением совершенствования системы подготовки специалистов силовых ведомств.

Список источников

1. Ганичева А. В. Оценка эффективности процесса обучения // Интеллект. Инновации. Инвестиции. 2011. № 2. С. 134–136.

2. Образцов П. И. Дидактика высшей военной школы: учебное пособие / П. И. Образцов, В. М. Косухин. Орел: Академия Спецсвязи России, 2004. 317 с.

3. Лобашев В. Д. Элементы системы массового обслуживания в управлении учебным процессом. URL: КиберЛенинка (дата обращения: 06.02.2026).

4. Жуков Ю. И. Дистанционно-модульное обучение как одно из направлений подготовки специалистов в образовательных учреждениях МВД России / Ю. И. Жуков, А. Ю. Лабинский, А. И. Примакин // Вестник Санкт-Петербургского университета МВД России. 2000. № 3 (7). С. 101–106.

5. Локнов А. И. Особенности информационных процессов при организации дистанционного обучения / А. И. Локнов, А. И. Примакин // Региональная информатика и информационная безопасность: сборник трудов. Вып. 8. СПб. : СПОИСУ, 2020. С. 148–150.

6. Солнышкина И. В. Теория систем массового обслуживания : учеб. пособие. Комсомольск-на-Амуре: ФГБОУ ВПО «КнАГТУ», 2015. 76 с.

7. Олейникова С. А. Математическое моделирование и системы массового обслуживания. Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2021. 90 с.

8. Черушева Т. В. Теория массового обслуживания: учебное пособие / Т. В. Черушева, Н. В. Зверовщикова. Пенза: Изд-во ПГУ, 2021. 224 с.

9. Вентцель Е. С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. М. : ACADEMA, 2003. 432 с.

10. Белый Е. К. Введение в теорию массового обслуживания: учебное пособие для студентов, обучающихся по направлению «Информационные системы и технологии». Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2014. 76 с.

11. Вентцель Е. С. Исследование операций: Задачи, принципы, методология: учебное пособие. 5-е изд., стер. М. : КноРус, 2010. 192 с.

12. Семахин А. М. Методы математического моделирования: учебное пособие. Курган: КГУ, 2022. 160 с.

13. Мицель А. А. Имитационное моделирование экономических процессов в Excel / Томск: Изд-во ТУСУР, 2019. 115 с.

14. Кирьянов Д. В. Mathcad 15 / Mathcad Prime 1.0, СПб: БХВ-Петербург, 2012 + Видеокурс. 432 с.

15. Решение инженерных задач в пакете MathCAD: учебное пособие / Ю. Е. Воскобойников; под ред. Ю. Е. Воскобойникова. Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2013. 120 с.

16. Макаров Е. Г. Инженерные расчеты в Mathcad 15: учебное пособие. СПб. : Изд-во «Инфра-инженерия», 2024. 408 с.

17. Митина О. А. Программные средства имитационного моделирования. Практикум: учебное пособие. М. : РТУ МИРЭА, 2022. 265 с.

18. Гончаренко А. Н. Моделирование систем. Системы массового обслуживания: учебное пособие. М. : МИСИС, 2020. 48 с.

19. Примакин А. И. Построение динамико-математических моделей на базе системы дифференциальных уравнений для описания, прогнозирования и оценки интенсивности обучения в педагогике / А. И. Примакин, С. А. Сахнов, Н. Г. Грачева // Вестник Военной академии войск национальной гвардии. 2025. № 3 (32). С. 326–338.

20. Ослин Б. Г. Моделирование. Имитационное моделирование СМО: учебное пособие. Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2010. 128 с.

References

1. Ganicheva A. V. Evaluation of the effectiveness of the learning process // Intellekt. Innovacii. Investicii. 2011;2: 134–136. (In Russ.).

2. Obrazcov P. I. Didaktika vysshej voennoj shkoly: uchebnoe posobie / P. I. Obrazcov, V. M. Kosuhin. Orel: Akademiya Specsvyazi Rossii, 2004. 317 s. (In Russ.).

3. Lobashev V. D. Elementy sistemy massovogo obsluzhivaniya v upravlenii uchebnym processom. Available from: KiberLeninka (data obrashcheniya: 06.02.2026). (In Russ.).

4. ZHukov YU. I. Distance and modular training as one of the areas of training specialists in educational institutions of the Ministry of Internal Affairs of the Russian Federation / YU. I. ZHukov, A. YU. Labinskij, A. I. Primakin // Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta MVD Rossii. 2000;3 (7): 101–106. (In Russ.).

5. Loknov A. I. Osobennosti informacionnyh processov pri organizacii distancionnogo obucheniya / A. I. Loknov, A. I. Primakin // Regional'naya informatika i informacionnaya bezopasnost': sbornik trudov. Vyp. 8. SPb. : SPOISU, 2020. S. 148–150. (In Russ.).

6. Solnyshkina I. V. Teoriya sistem massovogo obsluzhivaniya : ucheb. posobie. Komsomol'sk-na-Amure: FGBOU VPO «KnAGTU», 2015. 76 s. (In Russ.).

7. Olejnikova S. A. Matematicheskoe modelirovanie i sistemy massovogo obsluzhivaniya. Voronezh: Izd-vo VGTU, 2021. 90 s. (In Russ.).

8. CHerusheva T. V. Teoriya massovogo obsluzhivaniya: uchebnoe posobie / T. V. CHerusheva, N. V. Zverovshchikova. Penza: Izd-vo PGU, 2021. 224 s. (In Russ.).

9. Ventcel' E. S. Teoriya sluchajnyh processov i ee inzhenernye prilozheniya. M. : ACADEMA, 2003. 432 s. (In Russ.).

10. Belyj E. K. Vvedenie v teoriyu massovogo obsluzhivaniya: uchebnoe posobie dlya studentov, obuchayushchihsya po napravleniyu «Informacionnye sistemy i tekhnologii». Petrozavodsk: Izd-vo PetrGU, 2014. 76 s. (In Russ.).

11. Ventcel' E. S. Issledovanie operacij: Zadachi, principy, metodologiya: uchebnoe posobie. 5-e izd., ster. M. : KnoRus, 2010. 192 s. (In Russ.).

12. Semahin A. M. Metody matematicheskogo modelirovaniya: uchebnoe posobie. Kurgan: KGU, 2022. 160 s. (In Russ.).

13. Micel' A. A. Imitacionnoe modelirovanie ekonomicheskih processov v Excel / Tomsk: Izd-vo TUSUR, 2019. 115 s. (In Russ.).

14. Kir'yanov D. V. Mathcad 15 / Mathcad Prime 1.0, SPb: BHV-Peterburg, 2012 + Videokurs. 432 s. (In Russ.).

15. Reshenie inzhenernyh zadach v pakete MathCAD: uchebnoe posobie / YU. E. Voskobojnikov; pod red. YU. E. Voskobojnikova. Novosibirsk: NGASU (Sibstrin), 2013. 120 s. (In Russ.).

16. Makarov E. G. Inzhenernye raschety v Mathcad 15: uchebnoe posobie. SPb. : Izd-vo «Infra-inzheneriya», 2024. 408 c. (In Russ.).

17. Mitina O. A. Programmnye sredstva imitacionnogo modelirovaniya. Praktikum: uchebnoe posobie. M. : RTU MIREA, 2022. 265 s. (In Russ.).

18. Goncharenko A. N. Modelirovanie sistem. Sistemy massovogo obsluzhivaniya: uchebnoe posobie. M. : MISIS, 2020. 48 s. (In Russ.).

19. Primakin A. I. Building dynamic mathematical models based on a system of differential equations to describe, predict, and evaluate the intensity of learning in pedagogy / A. I. Primakin, S. A. Sahnov, N. G. Gracheva // Vestnik Voennoj akademii vojsk nacional'noj gvardii. 2025;3 (32): 326–338. (In Russ.).

20. Oslin B. G. Modelirovanie. Imitacionnoe modelirovanie SMO: uchebnoe posobie. Tomsk: Izd-vo Tomskogo politekhnicheskogo universiteta, 2010. 128 s. (In Russ.).

Информация об авторах

А. И. Примакин – *доктор технических наук, профессор*

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.
Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Статья поступила в редакцию 18.11.2025; одобрена после рецензирования 13.02.2026; принята к публикации 19.03.2026.

Information about the authors

A. I. Primakin – Doctor of Sciences (Technical), Professor

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article.
The authors declare no conflicts of interests.

The article was submitted 18.11.2025; approved after reviewing 13.02.2026; accepted for publication 19.03.2026.